

Предмет	Математика (профильный уровень), ЕГЭ 2023
Задание №	7
Тема	Геометрический смысл производной
Уровень сложности	Базовый

В качестве задания № 7 профильного ЕГЭ по математике наиболее часто предлагаются задачи на нахождение производной функции в точке, определение промежутков монотонности функции или точек экстремума по эскизу графика производной, определение промежутков знакопостоянства или нулей производной по эскизу графика функции. Решение таких задач требует знания геометрического смысла производной. Значение производной функции в точке x_0 её области определения равно значению углового коэффициента касательной, проведённой к графику этой функции в точке с абсциссой x_0 . Угловой коэффициент касательной равен тангенсу угла наклона касательной к положительному направлению оси абсцисс: $f'(x_0) = k_{\text{кас.}} = \text{tg}(\alpha_{\text{кас.}})$.

Пример 1. На рисунке изображён график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

Решение. Построим прямоугольный треугольник с вершинами в точках $A(1; 2)$, $B(1; -4)$, $C(-2; -4)$. Угол наклона касательной к положительному направлению оси абсцисс будет равен углу ACB . Из прямоугольного треугольника ACB получаем: $\text{tg}(\angle ACB) = \frac{AB}{CB} = \frac{6}{3} = 2$.

Ответ: 2.

Функция, дифференцируемая на отрезке $[a; b]$, непрерывна на нём. Если функция непрерывна на отрезке $[a; b]$, а её производная положительна (отрицательна) на интервале $(a; b)$, то функция возрастает (убывает) на отрезке $[a; b]$. Если производная функции равна нулю в некоторой точке $c \in (a; b)$ и меняет знак при переходе через эту точку с «+» на «-», то точка c — точка максимума этой функции, а если с «-» на «+», то точка c — точка минимума этой функции.

Это позволяет использовать график производной для исследования характера монотонности функции на заданном промежутке, нахождения её точек экстремума, определения наибольшего (наименьшего) значения функции на отрезке.

Пример 2. На рисунке изображён график производной функции, определённой на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция принимает наибольшее значение?

Решение. На заданном отрезке производная функции неположительна, функция на этом отрезке убывает. Следовательно, наибольшее значение функции достигается на левой границе отрезка, т. е. в точке -3.

Ответ: -3.

Важно помнить!

1. Если угол наклона касательной тупой, то значение производной в точке **отрицательно**.

2. Угловой коэффициент касательной можно найти, записав уравнение прямой, проходящей через две заданные на графике точки.

3. Смотрите внимательно, какой график на рисунке: самой функции или её производной, от этого зависит решение.

